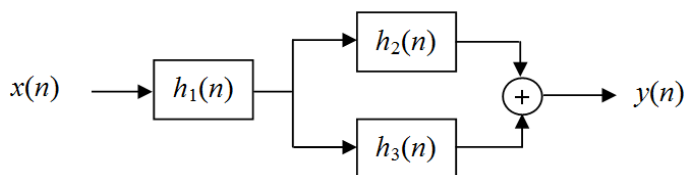


Câu 1 (1.0 điểm): Một tín hiệu $x(t) = \sin(2\pi t) - \cos(6\pi t)$ với $t(s)$, được lấy mẫu với tần số $f_s = 3 \text{ Hz}$. Hãy tìm tín hiệu gây chồng phổ.

- Khoảng Nyquist $[-1,5 \text{ Hz} ; 1,5 \text{ Hz}]$ 0.25
- Các tần số của tín hiệu sau khi lấy mẫu:
 $f_1 = 1\text{Hz} \rightarrow \hat{f} = f_1 + nf_s = 1 + n3 = \dots, -2, \mathbf{1}, 4, \dots$ 0.25
 $f_2 = 3\text{Hz} \rightarrow \hat{f} = f_2 + nf_s = 3 + n3 = \dots, -3, \mathbf{0}, \mathbf{3}, 6, \dots$ 0.25
- Vậy tín hiệu gây chồng phổ là: $-\cos(0t) = -1$ hoặc $\sin(2\pi t) - 1$ 0.25

Câu 2 (2.0 điểm): Hãy tìm ngõ ra $y(n)$ của hệ thống rời rạc được biểu diễn theo sơ đồ bên dưới.



- Cho biết: $x(n) = \delta(n)$;
 $h_1(n) = \delta(n) - 2\delta(n-2) + 3\delta(n-4) = \{ \underset{\uparrow}{1}, 0, -2, 0, 3 \}$ 0.25
 $h_2(n) = u(n) - u(n-4) = \{ \underset{\uparrow}{1}, 1, 1, 1 \}$ 0.25
 $h_3(n) = h_2(-n-1) = \{ 1, 1, 1, 1, \underset{\uparrow}{0} \}$ 0.25
- Đáp ứng xung của hệ thống: $h(n) = h_1(n) * h_{23}(n) = h_1(n) * [h_2(n) + h_3(n)]$ 0.25
- Đặt $h_{23}(n) = h_2(n) + h_3(n) = \{ 1, 1, 1, 1, \underset{\uparrow}{1}, 1, 1, 1 \}$ 0.25
 $h(n) = h_1(n) * h_{23}(n) = \{ 1, 1, -1, -1, \underset{\uparrow}{2}, 2, 2, 2, 1, 1, 3, 3 \}$ 0.25

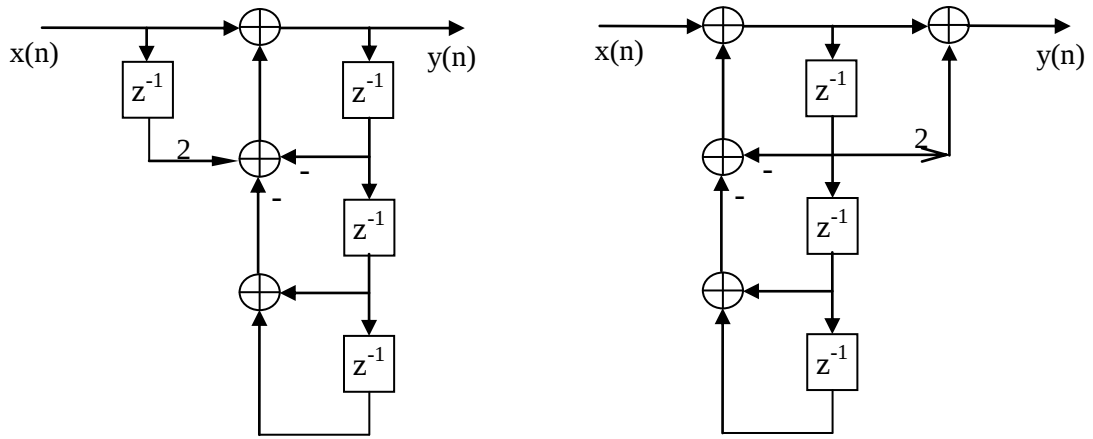
	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	3	3	3	3	3	3	3	3

- Vậy $y(n) = h(n) * x(n) = h(n) * \delta(n) = h(n)$ 0.25
 $= \{ 1, 1, -1, -1, \underset{\uparrow}{2}, 2, 2, 2, 1, 1, 3, 3 \}$ 0.25

Câu 3 (4.0 điểm): Một hệ thống nhân quả được biểu diễn bằng phương trình sai phân:

$$y(n) = x(n) + 2x(n-1) - y(n-1) - y(n-2) - y(n-3)$$

- a. Vẽ sơ đồ khối của hệ thống theo dạng trực tiếp loại 1 và loại 2.



0.5 + 0.5

b. Tìm đáp ứng xung nhân quả $h(n)$ của hệ thống.

- Dùng biến đổi Z cho ptsp:

$$Y(z) = X(z) + 2z^{-1}X(z) - z^{-1}Y(z) - z^{-2}Y(z) - z^{-3}Y(z) \quad 0.25$$

- Hàm truyền:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + 2z^{-1}}{1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}} = \frac{z^3 + 2z^2}{z^3 + z^2 + z + 1} \quad 0.25$$

$$\frac{H(z)}{z} = \frac{z^2 + 2z}{(z+1)(z+j)(z-j)} = \frac{A}{z+1} + \frac{B}{z-j} + \frac{\bar{B}}{z+j} \quad 0.25$$

- Trong đó $A = -0,5$ và $B = \frac{3}{4} - j\frac{1}{4} = \frac{\sqrt{10}}{4} \angle -18,4^\circ$ 0.25 + 0.25

$$\text{Hoặc } H(z) = \frac{A}{z^{-1}+1} + \frac{C}{z^{-1}-j} + \frac{\bar{C}}{z^{-1}+j} ; C = \frac{1}{4} - j\frac{3}{4} = \frac{\sqrt{10}}{4} \angle -71,6^\circ$$

- Vậy đáp ứng xung nhân quả:

$$h(n) = -0,5 \cdot (-1)^n u(n) + 2 \cdot \frac{\sqrt{10}}{4} \cos\left(\frac{\pi}{2}n - 18,4^\circ\right) u(n) \quad 0.25$$

c. Tìm ngõ ra $y(n)$ của hệ thống khi kích thích ngõ vào là $x(n) = 3 + \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$

- Đáp ứng tần số: $H(\Omega) = \frac{1 + 2e^{-j\Omega}}{1 + e^{-j\Omega} + e^{-j2\Omega} + e^{-j3\Omega}}$ 0.25

- Đặt $x_1(n) = 3 \Rightarrow \Omega_1 = 0$

$$H(0) = \frac{1+2}{1+1+1+1} = \frac{3}{4} \quad 0.25$$

- Vậy $y_1(n) = 3 \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$ 0.25

- Đặt $x_2(n) = \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) \Rightarrow \Omega_2 = \frac{\pi}{4}$

$$H\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1 + 2e^{-j\pi/4}}{1 + e^{-j\pi/4} + e^{-j\pi/2} + e^{-j3\pi/4}} = 1,07 \angle 37,14^\circ \quad 0.25$$

- Vậy $y_2(n) = 1,07 \cos\left(\frac{\pi}{4}n + 37,14^\circ\right)$ 0.25

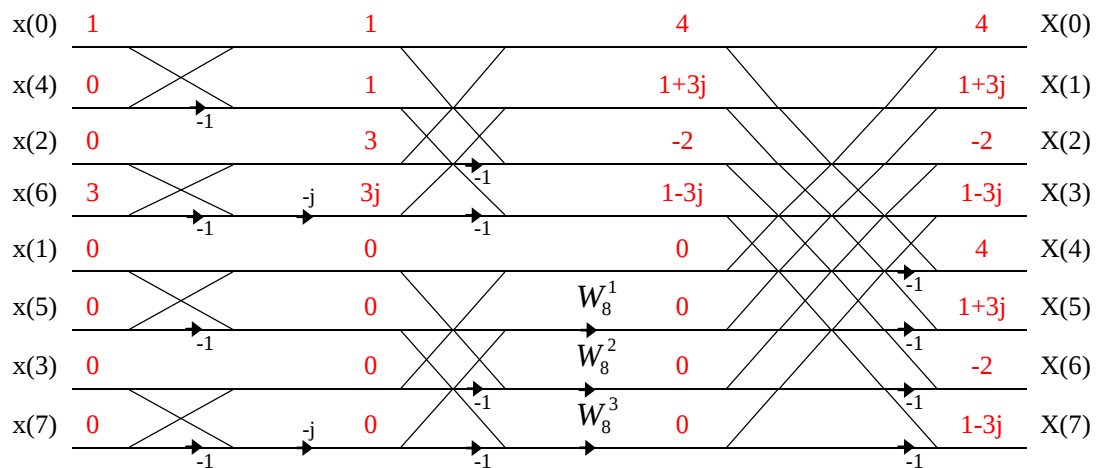
- Đáp ứng ngõ ra $y(n) = y_1(n) + y_2(n) = \frac{9}{4} + 1,07 \cos\left(\frac{\pi}{4}n + 37,14^\circ\right)$ 0.25

Câu 4 (3.0 điểm): Cho tín hiệu $x(n] = \delta(n) + 3\delta(n-6)$

a. Tìm FFT 8 điểm $X(k)$ của tín hiệu $x(n)$.

- Ta có $x(n] = \delta(n) + 3\delta(n-6) = \{1, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 0\}$ 0.25

- Sơ đồ hình bướm cho FFT 8 điểm: điểm từng tầng: 0.25 + 0.5 + 0.5 + 0.5



- Vậy $X(0) = X(4) = 4$ $X(2) = X(6) = -2$
 $X(1) = X(5) = 1 + 3j$ $X(3) = X(7) = 1 - 3j$ 0.25

Lưu ý: SV tìm DFT 8 điểm theo định nghĩa sẽ không có điểm trong câu này.

b. Cho $Y(k)$ là DFT 8 điểm của tín hiệu $y(n)$ và $Y(k) = \text{Im}[X(k)]$, hãy tìm tín hiệu $y(n)$.

Ta có: $\text{Im}[X(k)] = \frac{1}{2j} [X(k) - X^*(k)]$

$$x(n) - x((-n))_N \xrightarrow{\text{DFT}} X(k) - X^*(k)$$

Vậy: $y(n) = \frac{1}{2j} [x(n) - x((-n))_N]$ 0.25

Trong đó $x((-n))_8 = \{1, 0, 3, 0, 0, 0, 0, 0\}$ 0.25

KL: $y(n) = \left\{0, 0, j\frac{3}{2}, 0, 0, 0, -j\frac{3}{2}, 0\right\}$ 0.25

Ngày 01 tháng 06 năm 2015
 Thông qua Bộ môn ĐTVT